Série 2a Questions

Exercise 2a.1 – The strain gauge

A strain gauge is a resistive element (usually a piezoresistor) that is used to detect strain in a structure based on a change of its resistance as a function of strain. The gauge factor is defined as follows:

$$\text{Gauge factor: } GF = \frac{R_a - R_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

A force F is acting at the free end of a micro-bar. We measure the strain of the bar caused by this force using the resistance strain gauge sensor. We are applying a constant current (I) to the sensor and measuring the change in the voltage.

- The voltage measured on the strain sensor when $F = 0\ N$ is $V_0 = 2\ V$
- Once $F \neq 0\ N$, the voltage measured on the strain sensor is $V_a = 2.01\ V$
- The micro-bar is made out of Silicon and has a Young's modulus of 150 GPa
- The strain gauge is made of doped Silicon and has a Gauge Factor of 30

Calculate the internal stress of the cantilever when the force is acting

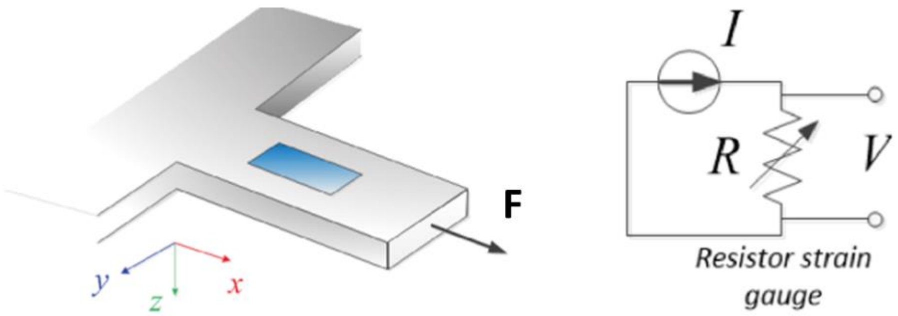

Figure 2a.1 | Strain-Gauge: (a) Device and (b) Equivalent circuit

Texte en Français

Une jauge de déformation est un élément résistif (habituellement un piézoresistor) qui est utilisé pour détecter la déformation dans une structure basée sur un changement de sa résistance en fonction de la déformation. Le facteur de jauge est défini comme suit :

$$\text{Facteur de Jauge: } FJ = \frac{R_a - R_0}{R_0} \cdot \frac{1}{\varepsilon}$$

Une force F agit à l'extrémité libre d'une micro barre. Nous mesurons la déformation de la barre causée par cette force à l'aide du capteur de la jauge de résistance. Nous appliquons un courant constant (I) au capteur et mesurons le changement de tension.

- La tension mesurée sur le capteur de déformation lorsque $F = 0\ N$ est $V_0 = 2\ V$
- Une fois $F \neq 0\ N$, la tension mesurée sur le capteur de déformation est $V_a = 2.01\ V$
- Le micro-bar est fait de silicium et a un module de Young de 150 GPa
- La jauge de déformation est faite de silicium dopé et a un Facteur de Jauge de 30

Calculer la contrainte interne du porte-à-faux sous l'action de la force

Exercise 2a.2 - Shear modulus

Consider a 50 µm-thin film on a glass chip. The pattern is a rectangle of 0.5 mm length and 1 mm width. You submit the surface of the film to lateral shear stress (See Figure 2a.2). The shear force applied is 2.5 N. The shear strain measured is 0.01.

Calculate the shear modulus of the material

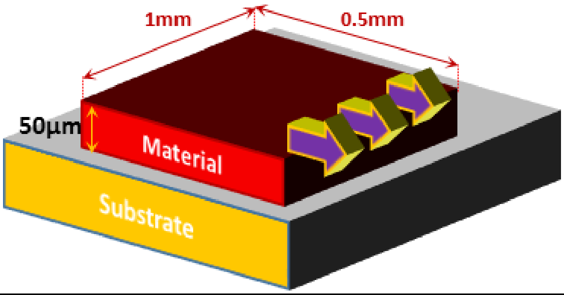

Figure 2a.2 | Thin film on a glass substrate.

Texte en Français

On considère un film de 50 µm d'épaisseur sur une puce de verre. Le modèle est un rectangle de 0,5 mm de longueur et de 1 mm de largeur. Vous soumettez la surface du film à une contrainte de cisaillement latérale (voir la Figure 2a.2). La force de cisaillement appliquée est de 2,5 N. La déformation relative de cisaillement mesurée est de 0,01.

Calculer le module de cisaillement du matériau

Exercise 2a.3 – Stress and strain matrices

Consider a component of iron (E=20 GPa, v=0.3) loaded according to the following stress and strain matrices. The shear modulus (G) is equal to 7.7 GPa. One value in the stress matrix (σ_{xx}) and one value in the strain matrix (ε_{xy}) are not provided.

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathrm{MPa} \qquad \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 4 & \varepsilon_{xy} & 1.95 \\ \varepsilon_{xy} & -0.75 & 0 \\ 1.95 & 0 & -1.4 \end{pmatrix} * 10^{-4}$$

a) Solve by means of the compliance matrix the values for σ_{xx} and ε_{xy}

b) Verify your calculations by means of another method

Texte en Français

On considère un composant en fer (E=20 GPa, v=0,3) chargé selon les matrices de contraintes et de déformations suivantes. Le module de cisaillement (G) est égal à 7,7 GPa. Une valeur dans la matrice de contraintes (σ_{xx}) et une valeur dans la matrice de déformation (ε_{xy}) ne sont pas fournies.

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathrm{MPa} \qquad \hat{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 4 & \varepsilon_{xy} & 1.95 \\ \varepsilon_{xy} & -0.75 & 0 \\ 1.95 & 0 & -1.4 \end{pmatrix} * 10^{-4}$$

a) Résoudre au moyen de la matrice de souplesse les valeurs pour σ_{xx} et ε_{xy}

b) Vérifiez vos calculs à partir d'une autre méthode

Exercise 2a.4 – Shear and normal strain in a shock mount

A shock mount, as shown in Figure 2a.4, is used to support a delicate instrument. The mount is composed out of a steel tube with inside diameter b, a central steel bar of diameter d that has an applied load F, and a hollow rubber cylinder (with thickness h) which is bonded to the tube and bar.

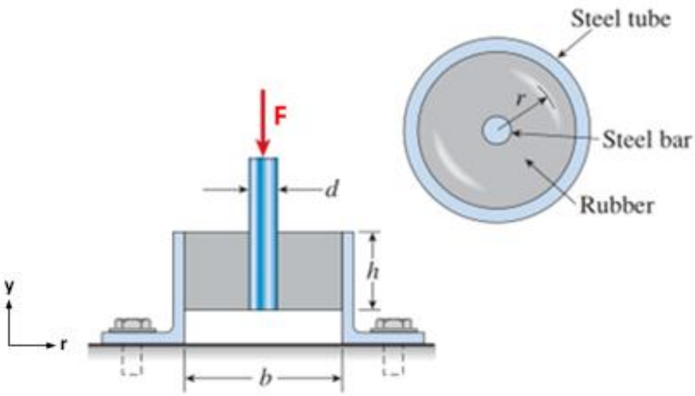

Figure 2a.4 | One dimensional sketch of the bar with a non-uniform cross-section

a) **Find an equation for the shear stress in terms of the radius (r)**
b) **Determine the shear strain in the rubber at the interface between the steel bar and the rubber**

Texte en Français

Comme le montre la Figure 2a.4, un support contre les chocs est utilisé pour soutenir un instrument délicat. Le montage est composé d'un tube d'acier de diamètre intérieur b, une barre d'acier centrale de diamètre d avec une force F appliquée à son extrémité, et un cylindre creux en caoutchouc, d'une épaisseur h, qui est fixé au tube et à la barre.

a) Trouver une équation pour la contrainte de cisaillement en fonction du rayon (r)

b) Déterminer la déformation relative de cisaillement dans le caoutchouc à l'interface entre la barre d'acier et le caoutchouc

Exercise 2a.5 - Material characterization

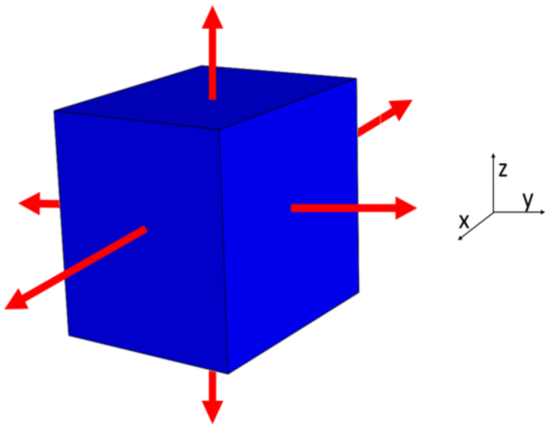

Figure 2a.5 | Cube under pull testing

We put a cube of 1 cm³ of this material (isotropic, homogeneous) under pull testing. Under the application of an external load, the measuring software provides us the following data for the material in its strain-stress elastic region:

$$\sigma_{xx} = 100\ MPa;\ \sigma_{yy} = 100\ MPa;\ \sigma_{zz} = 0\ MPa$$
$$\varepsilon_{xx} = 75 \cdot 10^{-5}; \varepsilon_{yy} = 75 \cdot 10^{-5}; \varepsilon_{zz} = -50 \cdot 10^{-5}$$

(a) Calculate the Young's modulus, the Poisson's ratio, and the Shear modulus of the material
(b) Fill the compliance matrix for this material

Texte en Français

Nous mettons un cube de 1 cm³ de ce matériau (isotrope, homogène) sous essai de traction. Sous l'application d'une charge externe, le logiciel de mesure nous fournit les données suivantes pour le matériau dans sa zone élastique de déformation :

$$\sigma_{xx} = 100\ MPa;\ \sigma_{yy} = 100\ MPa;\ \sigma_{zz} = 0\ MPa$$
$$\varepsilon_{xx} = 75 \cdot 10^{-5}; \varepsilon_{yy} = 75 \cdot 10^{-5}; \varepsilon_{zz} = -50 \cdot 10^{-5}$$

(a) Calculer le module de Young, le Coefficient de Poisson et le module de Cisaillement du matériau
(b) Donner la matrice de souplesse pour ce matériau

OPTIONAL - Exercise 2a.6 - Strain matrix and vector

For a certain body, a displacement field is given as

$$u(x,y,z) = -\alpha yz, \qquad v(x,y,z) = \alpha yz, \qquad w(x,y,z) = 0$$

a) Determine the strain tensor which belongs to this displacement field
b) Show the components that relate to the normal and shear strains

Texte en Français

Pour un certain corps, un champ de déplacement est donné comme

$$u(x,y,z) = -\alpha yz, \qquad v(x,y,z) = \alpha yz, \qquad w(x,y,z) = 0$$

a) Déterminer le tenseur des déformations relative qui appartient à ce champ de déplacement
b) Montrer les composants qui se rapportent aux déformations relatives normales et relatives cisaillements

OPTIONAL - Exercise 2a.7 – Strain in bar with variable geometry and Young's modulus

Consider a bar with variable section and variable Young's modulus material, as shown in Figure 2a.7. The diameter of the bar and its Young's modulus are defined by the equations below where d_0 and E_0 are parameters governing the bar diameter and the Young's modulus, respectively. A load F is applied at both ends of the bar.

$$d(x) = d_0\left(1 + \alpha\, cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)\right)$$

$$E(x) = E_0\left(1 + \beta\, sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)\right)$$

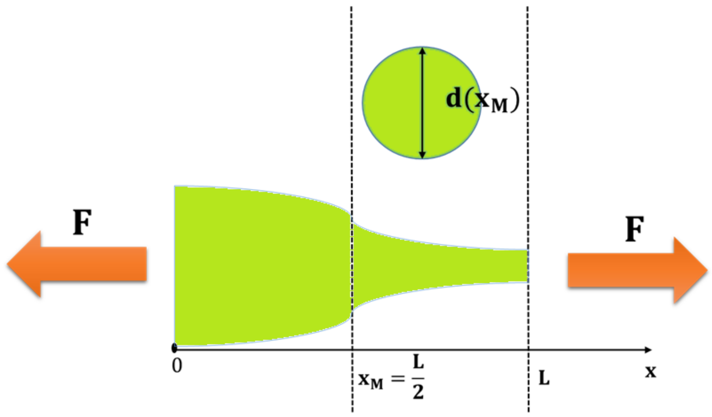

Figure 2a.7 | One dimensional sketch of the bar with a non-uniform cross-section

a) Find the general equation for the strain
b) Give the strain at the boundary conditions of the system
c) Determine the strain of the bar at $x = x_M = \frac{L}{2}$

Texte en Français

Comme le montre la Figure 2a.7, envisager une barre avec une section variable et un matériau modulable de Young. Le diamètre de la barre et son module Young sont définis par les équations ci-dessous où d_0 et E_0 sont des paramètres qui régissent le diamètre de la barre et le module Young, respectivement. Une charge F est appliquée aux deux extrémités de la barre.

a) Trouver l'équation générale de la déformation relative
b) Donner la déformation relative aux conditions limites du système
c) Déterminer la déformation de la barre à $x = x_M = \frac{L}{2}$

